

2005 május 10, emelt szint, 240 perc - Az 5.-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldani!

**1.** Az  $ABC$  háromszög oldalegyeneseinek egyenlete:  $AB: y = 0;$   $BC: x + 10y = 20;$   $AC: y = 0,5x - 4.$   
**a)** Számítsa ki a háromszög csúcspontjainak koordinátáit! **b)** Számítsa ki a háromszög  $B$  csúcsánál lévő belső szöget! (7+4)

**2. a)** Döntse el, hogy az alábbi négy állítás közül melyik igaz és melyik hamis! Válaszát írja táblázatba: (állítás jele alá I vagy H)

A	B	C	D
---	---	---	---

**A:** Egy 6 pontot tartalmazó teljes gráfnak 15 éle van.

**B:** Ha egy teljes gráfnak páros számú éle van, akkor a pontok száma is páros.

**C:** Ha egy 51 pontú gráfban nincs kör, akkor legfeljebb 50 éle lehet.

**D:** Nincs olyan 6 pontú gráf, amelyben a foksámok összege 11.

**b)** Ha valaki sohasem hallott a gráfokról, és mégis kitölti a fenti táblázatot, akkor mekkora valószínűséggel lesz helyes mind a négy válasza?

**c)** Tagadja az alábbi mondatot: "Nincs olyan szerelem, aki el nem múlik." (Népdalgyűjtés)

**d)** Fogalmazzon meg egy olyan szöveges feladatot, amelynek a megoldása így számítható ki:  $\binom{17}{2}$  (4+3+3+3)

**3.** Egy növekedő számtani sorozat első három tagjának összege 60. Az első tagot 64-gyel növelve, a másik két tagot változatlanul hagyva, egy mértani sorozat első három tagjához jutunk. Mennyi a két sorozat első három tagja? (13)

**4. a)** Ábrázolja a  $[0,6]$  intervallumon értelmezett,  $y = 0,5|x - 4| + 3$  hozzárendelési szabállyal megadott függvényt! **b)** Állapítsa meg a függvény értékkészletét! **c)** Forgassuk meg a  $[0,4]$  intervallumra leszűkített függvény grafikonját az  $x$  tengely körül! Számítsa ki az így keletkezett forgástest felszínét! (4+2+8)

**5.** Egy város 18 étterme közül 11-ben reggelit, 11-ben vegetáriánus menüt lehet kapni, és 10-ben van felszolgálat. Mind a 18 étterem legalább egy szolgáltatást nyújt az előző három közül. Öt étteremben adnak reggelit, de nincs vegetáriánus menü. Azok közül az éttermek közül, ahol reggelizhetünk, ötben van felszolgálat. Csak egy olyan étterem van, ahol mindhárom szolgáltatás megtalálható.

**a)** Hány étteremben lehet vegetáriánus menüt kapni, de reggelit nem? **b)** Hány olyan étterem van, ahol felszolgálnak vegetáriánus menüt?

**c)** A Kiskakas étteremben minden vendég a fizetés után nyereménysorsoláson vehet részt. Két urnát tesznek elé, amelyekben golyócskák rejtik a város egy-egy éttermének nevét. Az  $A$  urnában a város összes vendéglőjének neve szerepel, mindegyik pontosan egyszer. A  $B$  urnában azoknak az éttermeknek a neve található – mindegyik pontosan egyszer –, amelyekben nincs felszolgálat. A vendég tetszés szerint húzhat egy golyót. Ha a húzott étteremben van reggelizési lehetőség, akkor a vendég egy heti ingyen reggelit nyer, ha nincs, nem nyer. Melyik urnából húzva nagyobb a nyerés valószínűsége? (5+6+5)

6. Tekintsük a valós számokon értelmezett  $f(x) = (p-3,5)x^2 + 2(p-2)x + 6$  függvényt, ahol  $p$  tetszőleges valós paraméter! (2+14)  
 a) Mutassa meg, hogy tetszőleges  $p$  érték mellett az  $x = -2$  zérushelye a függvénynek! b) Milyen  $p$ -re lesz a függvény másik zérushelye 1-nél nagyobb?

7. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet!  $\sqrt{\sin^2 x - 4 \sin x + 4} + \sqrt{\sin^2 x + 4 \sin x + 4} = \sqrt{\sin^2 x + 7 \sin x + 12,25}$  (16)

8. Az alábbi táblázat egy ország munkaképes lakosságának foglalkoztatottság szerinti megoszlását mutatja. Az adatok ezer főre kerekítettek. 2004-ben

- az ország munkaképes lakosságának száma 3 ezrelékkal nőtt 2003-hoz képest,
- a munkanélküliek aránya a munkaképes lakosságban változatlan maradt,
- a szolgáltatásban dolgozók száma a 2003-ban ott dolgozók számának 2%-ával megnőtt.

	Ágazatok	2003. év (ezer fő)	2004. év (ezer fő)
Foglalkoztatottak	Mezőgazdaságban dolgozó	1020	
	Iparban dolgozó	1870	1926
	Szolgáltatásban dolgozó	5015	
Munkanélküli		595	
Munkaképes lakosság összesen		8500	

- a) Számítsa ki a táblázat hiányzó adatait (ezer főre kerekítve)!
- b) Ábrázolja kördiagramon a foglalkoztatottak ágazatok szerinti megoszlását 2003-ban!
- c) Hány százalékkal változott a mezőgazdaságban dolgozók száma 2004-re a 2003-as állapothoz képest? Nőtt vagy csökkent? (7+5+4)

9. Az  $ABC$  háromszög oldalai  $AB = 42$ ,  $BC = 40$  és  $CA = 26$ . Írjunk téglalapot a háromszögbe úgy, hogy a téglalap egyik oldala illeszkedjen a háromszög  $AB$  oldalára, másik két csúcsa pedig a háromszög  $CA$ , illetve  $BC$  oldalára essen. Tekintsük az így beírható téglalapok közül a legnagyobb területűt! Mekkora ennek a téglalapnak az oldalai? (16)

