

2006 február 21, középszint - Az első 12 feladatra 45 perc áll rendelkezésre! A második rész 16.-18. feladatai közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldani!  
A második részre 135 perc áll rendelkezésre.

1. Mennyi annak a mértani sorozatnak a hányadosa, amelynek harmadik tagja 5, hatodik tagja pedig 40? (2)
2. Döntse el mindegyik egyenlőségről, hogy igaz, vagy hamis minden valós szám esetén!      **A)  $b^3 + b^7 = b^{10}$**       **B)  $(b^3)^7 = b^{21}$**       **C)  $b^4 b^5 = b^{20}$**  (1+1+1)
3. Mekkora  $x$  értéke, ha  $\lg x = \lg 3 + \lg 25$ ? (2)
4. Hány különböző háromjegyű pozitív szám képezhető a 0, 6, 7 számjegyek felhasználásával? (2)
5. Egy öttagú társaság egymás után lép be egy ajtón. Mekkora a valószínűsége, hogy Anna, a társaság egyik tagja, elsőnek lép be az ajtón? (2)
6. Tekintse a következő állításokat, és a táblázatban mindegyik betűjele mellé írja oda, hogy igaz, vagy hamis állításról van-e szó! (1+1+1)  
**A:** Két pozitív egész közül az a nagyobb, amelyiknek az abszolút-értéke nagyobb.  
**B:** Két egész szám közül az a nagyobb, amelyiknek az abszolút-értéke nagyobb.  
**C:** Negatív szám egész kitevőjű hatványai között pozitívak és negatívak is vannak.
7. Melyek azok az  $x$  valós számok, amelyekre nem értelmezhető az  $\frac{1}{x^2-9}$  tört? Válaszát indokolja! (2)
8. Rajzoljon egy olyan öt csúcspontú gráfot, amelyben a pontok fokszáma 4; 3; 3; 2; 2. (2)
9. Jelölje meg annak a kifejezésnek a betűjelét, amelyik az  $ax^2 + dx + e = 0$  egyenlet diszkriminánsa, ha  $a \neq 0$ . (2)  
**a)  $d^2 - ae$**       **b)  $d^2 - 4ae$**       **c)  $\sqrt{d^2 - 4ae}$**
10. ABC háromszög két oldalának vektora  $\overrightarrow{AB} = \underline{c}$  és  $\overrightarrow{AC} = \underline{b}$ . Fejezze ki ezek segítségével az A csúcsból a szemközti oldal F felezőpontjába mutató  $\overrightarrow{AF}$  vektort! (2)
11. Egy farmernadrág árát 20%-kal felemelték, majd amikor nem volt elég nagy a forgalom, az utóbbi árat 25%-kal csökkentették. Most 3600 Ft-ért lehet a farmert megvenni. Mennyi volt az eredeti ára? Válaszát számítással indokolja! (4)
12. Az  $A$  és a  $B$  halmazokról tudjuk:  $A \cap B = \{1; 2\}$ ,  $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ ,  $A \setminus B = \{5; 7\}$ . Adja meg az  $A$  és a  $B$  halmaz elemeit! (4)

13. Az  $f$  és  $g$  függvényeket a valós számok halmazán értelmezzük a következő képletek szerint:  $f(x) = (x + 1)^2 - 2$ ;  $g(x) = -x - 1$ .

a) Ábrázolja derékszögű koordináta-rendszerben az  $f$  függvényt! (Az ábrán szerepeljen legalább a  $-3,5 \leq x \leq 1$  intervallumhoz tartozó rész.)

b) Ábrázolja ugyanabban a koordináta-rendszerben a  $g$  függvényt! c) Oldja meg az  $(x + 1)^2 - 2 \leq -x - 1$  egyenlőtlenséget! (4+2+6)

14. 4 cm átmérőjű fagolyókat négyesével téglatest alakú dobozokba csomagolunk úgy, hogy azok ne lötyögjenek. (A két szoba jövő elrendezés a  $4 \times 1$  és  $2 \times 2$ -es.) A dobozokat átlátszó műanyag fóliával fedjük le, a doboz többi része karton papírból készül. A ragasztáshoz, hegesztéshez hozzászámoltuk a doboz méreteiből adódó anyagszükséglet 10%-át.

a) Mennyi az anyagszükséglet egy-egy dobozfajtánál a két felhasznált anyagból külön-külön?

b) A négyzet alapú dobozban a fagolyók közötti teret állagmegóvási célból tömítő anyaggal töltik ki. A doboz térfogatának hány százalékát teszi ki a tömítő anyag térfogata? (8+4)

15. Összeadtunk ötvenöt egymást követő pozitív páratlan számot, az összeg értéke 3905.

a) Melyik volt az összegben az első, illetve az ötvenötödik páratlan szám? (8+4)

b) Melyik az összeadottak között a legkisebb szám, amelynek a prímtényező felbontásában két különböző prím van, és a négyzete ötre végződik?

16. Egy osztály történelem dolgozatot írt. Öt tanuló dolgozata jeles, tíz tanulóé jó, három tanulóé elégséges, két tanuló elégtelen dolgozatot írt.

a) Hányan írtak közepes dolgozatot, ha tudjuk, hogy az osztályátlag 3,410-nál nagyobb és 3,420-nál kisebb? (10)

b) Készítsen gyakorisági táblázatot, és ábrázolja oszlop-diagrammal az osztályzatok gyakoriságát! (4)

c) A párhuzamos osztályban 32 tanuló írta meg ugyanezt a dolgozatot, és ott 12 közepes dolgozat született. Melyik osztályban valószínűbb, hogy a dolgozatok közül egyet véletlenszerűen elővéve éppen közepes dolgozat kerül a kezünkbe? (3)

17. Egy négyzet oldalegyenesei a koordinátatengelyek és az  $x = 1$ , valamint az  $y = 1$  egyenletű egyenesek.

a) Ábrázolja derékszögű koordináta-rendszerben a négyzetet és adja meg csúcsainak koordinátáit! (2)

b) Írja fel a négyzet köré írható kör egyenletét! (5)

c) Állapítsa meg, hogy a négyzet kerülete hány százaléka a kör kerületének? (2)

d) Az  $y = -4x + 2$  egyenletű egyenes a négyzetet két részre bontja. Számítsa ki e részek területének arányát! (8)

18. Egy szellemi vetélkedő döntőjébe 20 versenyzőt hívnak be. A zsűri az első három helyezettet és két további különdíjast fog rangsorolni. A rangsorolt versenyzők oklevelet és jutalmat (színházjegyet például) kapnak.

a) Az öt rangsorolt versenyző mindegyike ugyanarra az előadásra kap egy-egy jutalomjegyet. Hányféle kimenetele lehet ekkor a versenyen a jutalmazásnak? (4)

b) A dobogósok három különböző értékű könyvutalványt, a különdíjasok egyike egy színházjegyet, a másik egy hangversenyjegyet kap. Hányféle módon alakulhat ekkor a jutalmazás? (4)

c) Ha már eldőlt, kik a rangsorolt versenyzők, hányféle módon oszthatnak ki nekik jutalmul öt különböző verseskötetet? (3)

d) Kis Anna a döntő egyik résztvevője. Ha feltesszük, hogy a résztvevők egyenlő eséllyel versenyeznek, mekkora a valószínűsége, hogy Kis Anna eléri a három dobogós hely egyikét, illetve hogy az öt rangsorolt személy egyike lesz? (6)