

2006 május 8, középszint - Az első 12 feladatra 45 perc áll rendelkezésre! A második rész 16.-18. feladatai közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldani! A második részre 135 perc áll rendelkezésre.

1. Egy háromszög belső szögeinek aránya 2:5:11. Hány fokok a legkisebb szög? (2)
2. Egy számtani sorozat első eleme 8, differenciája $-\frac{2}{3}$. Mekkora a sorozat negyedik eleme? (2)
3. Melyik szám nagyobb: a hetedik 13-mal osztható, vagy a tizenharmadik 7-tel osztható pozitív egész? (2)

4. Az adatok egy héten mért napi hőmérsékleti maximumok (°C-ban): hétfő 5,2 ; kedd 1,6 ; szerda 3,1 ; csütörtök -0,6 ; péntek -1,1 ; szombat 1,6 ; vasárnap 0. Mennyi volt ezen a héten a hőmérsékleti maximumok átlaga? (2)

5. Az a és b valós számokról tudjuk, hogy $\frac{a^2 - b^2}{a - b} = 20$. Mekkora $a + b$ értéke? (2)

6. Egy téglalatest alakú akvárium belső méretei (egy csúcsból kiinduló éleinek hossza): 42 cm, 25 cm és 3 dm. Megtelik-e az akvárium, ha beletöltünk 20 liter vizet? Válaszát indokolja! (2+1)

7. Válassza ki azokat az egyenlőségeket, amelyek nem igazak minden valós számra: (2)

A) $\sqrt{(x-2)^4} = (x-2)^2$ B) $\sqrt{(x-2)^2} = x-2$ C) $\sqrt{(x-2)^2} = 2-x$

8. Péter lekötött egy bankban 150 000 forintot egy évre, évi 4%-os kamatra. Mennyi pénzt vehet fel egy év elteltével, ha év közben nem változtatott a lekötésen? (2)

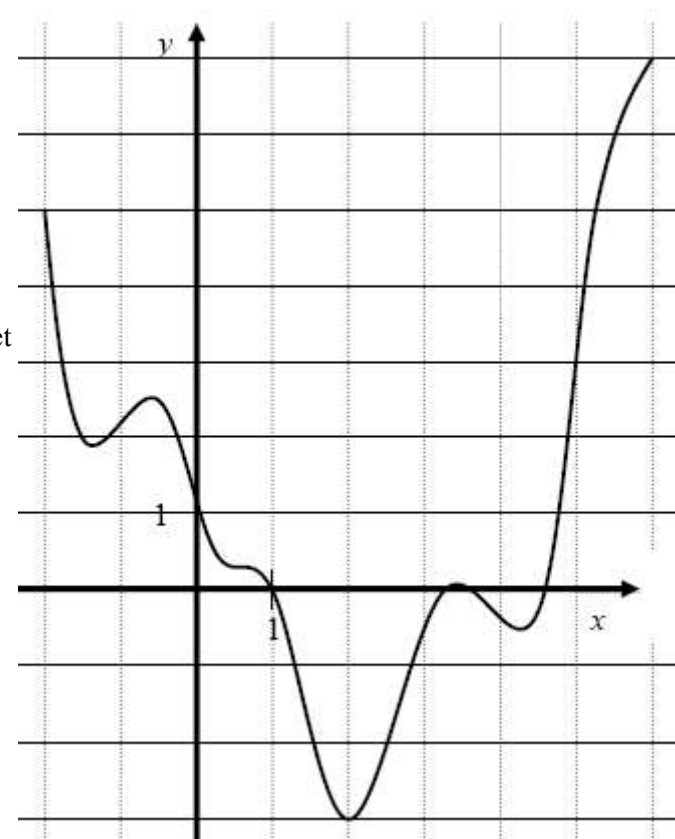
9. Egy négytagú társaságból bárki egy-egy társának legfeljebb egy levelet ír hetente. Maximum hány levelet írhatott összesen egymásnak a társaság 4 tagja 1 hét alatt?

A) $4 \cdot 4 = 16$ B) $4 \cdot 3 = 12$ C) $4 \cdot 3 / 2 = 6$ (2+1)

10. Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a $P(3; -5)$ ponton és párhuzamos a $4x + 5y = 0$ egyenletű egyenessel! (3)

11. Egy 10 tagú csoportban mindenki beszél angolul vagy németül. Hatan beszélnek közülük németül, nyolcan angolul. Hányan beszélnek mindkét nyelvet? Válaszát indokolja számítással, vagy szemléltesse Venn-diagrammal! (2+1)

12. Az oldalt látható f függvényt a $[-2; 6]$ intervallumon a grafikonjával értelmeztük. Mekkora f legkisebb, illetve legnagyobb értéke? Milyen x értékekhez tartoznak ezek a szélsőértékek? (1+1+1+1)

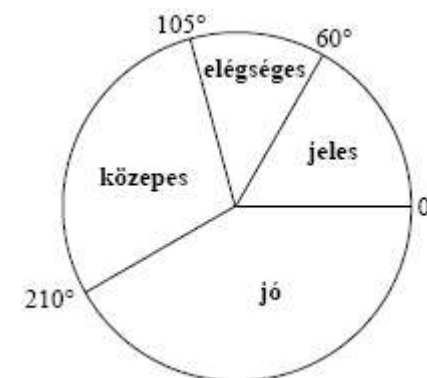


13. Oldja meg a következő egyenleteket: **a)** $9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$ **b)** $\sin^2 x = 2\sin x + 3$ (6+6)

14. Egy szabályos háromszög alapú egyenes hasáb alapéle 8 cm hosszú, palástjának területe (az oldallapok területösszege) hatszorosa az egyik alaplap területének. Mekkora a hasáb felszíne és térfogata? (12)

15. A 12. évfolyam tanulói magyarból próbaérettségit írtak. Minden tanuló egy kódszámot kapott, amely az 1, 2, 3, 4 és 5 számjegyekből mindegyiket pontosan egyszer tartalmazta valamilyen sorrendben.

- a)** Hány tanuló írta meg a dolgozatot, ha az összes képezhető kódszámot mind kiosztották? (3)
b) Az alábbi kördiagram a dolgozatok eredményét szemlélteti. Adja meg, hogy hány tanuló érte el a szereplő érdemjegyeket! Válaszát foglalja táblázatba, majd a táblázat adatait szemléltesse oszlopdiaagramon is! (6)
c) Az összes megírt dolgozathoz véletlenszerűen kiválasztunk egyet. Mennyi a valószínűsége annak, hogy jeles vagy jó dolgozatot veszünk a kezünkbe? (3)



16. Adott a következő egyenletrendszer: (A) $2 \lg(y + 1) = \lg(x + 11)$ (B) $y = 2x$.

- a)** Ábrázolja koordináta-rendszerben azokat a $P(x; y)$ pontokat, amelyeknek koordinátái kielégítik a (B) egyenletet! (2)
b) Milyen x , illetve y valós számokra értelmezhető mindkét egyenlet? (2)
c) Oldja meg az egyenletrendszert a valós számpárok halmazán! (11)
d) Jelölje meg az egyenletrendszer megoldáshalmazát az **a)** kérdéshez használt derékszögű koordináta-rendszerben! (2)

17. Egy televíziós játékban 5 kérdést tehet fel a játékvezető. A játék során a versenyző, ha az első kérdésre jól válaszol, 40 000 forintot nyer. Minden további kérdés esetén döntenie kell, hogy a játékban addig megszerzett pénzének 50, 75 vagy 100 százalékát teszi-e fel. Ha jól válaszol, feltett pénzének kétszeresét kapja vissza, ha hibázik, abba kell hagynia a játékot, és a fel nem tett pénzét viheti haza.

- a)** Mennyi pénzt visz haza az a játékos, aki mind az öt feltett kérdésre jól válaszol, s bátran kockáztatva mindig a legnagyobb tétet teszi meg? (4)
b) Az a játékos, aki mindig helyesen válaszol, de óvatos, és a négy utolsó fordulóban pénzének csak 50%-át teszi fel, hány forintot visz haza? (4)
c) A vetélkedő során az egyik versenyző az első négy kérdésre jól válaszolt. A második kérdésnél a pénzének 100%-át, a 3., 4. és 5. kérdés esetén pénzének 75%-át tette fel. Az 5. kérdésre sajnos rosszul válaszolt. Hány forintot vihetett haza ez a játékos? (5)
d) Egy versenyző mind az 5 fordulóban jól válaszol, és közben minden fordulóban azonos eséllyel teszi meg a játékban megengedett lehetőségek valamelyikét. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az elnyerhető maximális pénzt viheti haza? (4)

18. Egy függőleges rúdra a talajtól 4 m-re mozgásérzékelőt szereltek, a hozzákapcsolt lámpa 140° -os nyílásszögű forgáskúpban világít lefelé.

- a)** Készítsen vázlatrajzot az adatok feltüntetésével! (2)
b) Milyen messze van a lámpától a legtávolabbi megvilágított pont? (4)
c) Megvilágítja-e az érzékelő lámpája azt a tárgyat, amelyik a talajon a tartórúd aljától 15 m távolságra van? (4)
d) A tartórúdon méterenként kampókat helyeztünk el, amelyekre fel tudjuk akasztani a mozgásérzékelő lámpáját. Alulról számítva hányadik kampót használjuk, ha azt akarjuk, hogy a vízszintes talajon ne világítson meg a lámpa 100 m^2 -nél nagyobb területet? (7)