

2008. május 06, közép szint - Az első 12 feladatra 45 perc áll rendelkezésre! A második rész 16.-18. feladatai közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldani! A második részre 135 perc áll rendelkezésre.

1. Adja meg a $\left] -\frac{3}{8}, -\frac{1}{8} \right[$ nyílt intervallum két különböző elemét! (2)
2. Egy 7-tagú társaságban mindenki mindenkivel egyszer kezet fogott. Hány kézfogás történt? (2)
3. Péter egy 100-nál nem nagyobb pozitív egész számra gondolt. Ezen kívül azt is megmondta Pálnak, hogy a gondolt szám 20-szal osztható. Mekkora valószínűséggel találja ki Pál elsőre a gondolt számot, ha jól tudja a matematikát? (2)
4. Ha fél kilogramm narancs 75 Ft-ba kerül, akkor hány kilogramm narancsot kapunk 300 Ft-ért? (2)
5. Adja meg a valós számokon értelmezett $x \rightarrow x^2 - 5x$ másodfokú függvény zérushelyeit! Számítsa ki a függvény helyettesítési értékét az 1,2 helyen! (egy egész két tized!) (2+1)
6. Az $ABCD$ négyzet középpontja K , az AB oldal felezőpontja F . Legyen $\mathbf{a} = \underline{KA}$ és $\mathbf{b} = \underline{KB}$. Fejezze ki az \mathbf{a} és \mathbf{b} vektorok segítségével a \underline{KF} -t! (2)
7. Adja meg az alábbi állítások igazságértékét (igaz vagy hamis), majd döntse el, hogy a b) és a c) közül melyik az a) jelű állítás megfordítása!
a) Ha az $ABCD$ négyszög téglalap, akkor átlói felezik egymást. b) Ha az $ABCD$ négyszög átlói felezik egymást, akkor ez a négyszög téglalap.
c) Ha az $ABCD$ négyszög nem téglalap, akkor átlói nem felezik egymást. (3+1)
8. Írja fel két egész szám hányadosaként a $2 + \frac{2}{3}$ szám reciprokának értékét! (2)
9. Mennyi az $f(x) = -|x| + 10$ ($x \in \mathbf{R}$) függvény legnagyobb értéke, és hol veszi fel ezt az értéket? (1+1)
10. Egy számtani sorozat első tagja -3 , differenciája -17 . Számítsa ki a sorozat 100-adik tagját! Számítását részletezze! (2+1)
11. Egyszerűsítse az $\frac{x+8}{x^2+8x}$ algebrai törtet! Tudjuk, hogy $x \notin \{-8; 0\}$. (2)
12. Egy fordítóiroda angol és német fordítást vállal. Az irodában 50 fordító dolgozik, akiknek 70%-a angol nyelven, 50%-a német nyelven fordít. Hány fordító dolgozik mindkét nyelven? Válaszát indokolja! (3+1)

13. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenleteket! a) $\lg(x+15)^2 - \lg(3x+5) = \lg 20$ b) $25^{\sqrt{x}} = 5 \cdot 5^{3 \cdot \sqrt{x}}$ (6+6)

14. Adott a koordináta-rendszerben az $A(9; -8)$ középpontú, 10 egység sugarú kör.

a) Számítsa ki az $y = -16$ egyenletű egyenes és a kör közös pontjainak koordinátáit!

b) Írja fel a kör $P(1; -2)$ pontjában húzható érintőjének egyenletét! Adja meg ennek az érintőnek az iránytangensét (meredekségét)! (8+4)

15. Az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyek felhasználásával ötjegyű számokat készítünk az összes lehetséges módon (egy számjegyet többször is felhasználhatunk). Ezek között hány olyan szám van, a) amely öt azonos számjegyből áll; b) amelyik páros; c) amelyik 4-gyel osztható? (3+4+5)

16. Egy facölöp egyik végét csonka kúp alakúra, másik végét forgáskúp alakúra formálták. (Így egy forgástestet kaptunk.) A középső, forgáshenger alakú rész hossza 60 cm és átmérője 12 cm. A csonka kúp alakú rész magassága 4 cm, a csonka kúp fedőlapja pedig 8 cm átmérőjű. Az elkészült cölöp teljes hossza 80 cm.

a) Hány m^3 fára volt szükség 5000 darab cölöp gyártásához, ha a gyártáskor a felhasznált alapanyag 18%-a a hulladék? (Válaszát egész m^3 -re kerekítve adja meg!)

Az elkészült cölöpök felületét vékony lakkréteggel vonják be.

b) Hány m^2 felületet kell belakkozni, ha 5000 cölöpöt gyártottak? (Válaszát egész m^2 -re kerekítve adja meg!) (8+9)

17. A Kis család 700 000 Ft megtakarított pénzét éves lekötésű takarékbán helyezte el az A Bankban, kamatos kamatra. A pénz két évig kamatozott, évi 6%-os kamatos kamattal. (A kamatláb tehát ebben a bankban 6% volt.)

a) Legfeljebb mekkora összeget vehettek fel a két év elteltével, ha a kamatláb a két év során nem változott? (3+10+4)

A Nagy család a B Bankban 800 000 Ft-ot helyezett el, szintén két évre, kamatos kamatra.

b) Hány százalékos volt a B Bankban az első év folyamán a kamatláb, ha a bank ezt a kamatlábat a második évre 3%-kal növelte, és így a második év végén a Nagy család 907 200 Ft-ot vehetett fel?

c) A Nagy család a bankból felvett 907 200 Ft-ért különféle tartós fogyasztási cikkeket vásárolt. Hány forintot kellett volna fizetniük ugyanezekért a fogyasztási cikkekért két évvel korábban, ha a vásárolt termékek ára az eltelt két év során csak a 4%-os átlagos éves inflációnak megfelelően változott?

(A 4%-os infláció szemléletesen azt jelenti, hogy az előző évben 100 Ft-ért vásárolt javakért idén 104 Ft-ot kell fizetni.)

18. Egy szerencsejáték a következőképpen zajlik: A játékos befizet 7 forintot, ezután a játékvezető feldob egy szabályos dobókockát. A dobás eredményének ismeretében a játékos abbahagyhatja a játékot; ez esetben annyi Ft-ot kap, amennyi a dobott szám volt. Dönthet azonban úgy is, hogy nem kéri a dobott számnak megfelelő pénzt, hanem újabb 7 forintért még egy dobást kér. A játékvezető ekkor újra feldobja a kockát. A két dobás eredményének ismeretében annyi forintot fizet ki a játékosnak, amennyi az első és a második dobás eredményének szorzata. Ezzel a játék véget ér. Zsófi úgy dönt, hogy ha 3-nál kisebb az első dobás eredménye, akkor abbahagyja, különben pedig folytatja a játékot.

a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy Zsófi tovább játszik?

b) Zsófi játékának megkezdése előtt számítsuk ki, mekkora valószínűséggel fizet majd neki a játékvezető pontosan 12 forintot? (4+6+4+3)

Barnabás úgy dönt, hogy mindenképpen két dobást kér majd. Áttekinti a két dobás utáni lehetséges egyenlegeket: a neki kifizetett és az általa befizetett pénz különbségét.

c) Írja be a táblázat üres mezőibe a két dobás utáni egyenlegeket!

d) Mekkora annak a valószínűsége, hogy Barnabás egy (két dobásból álló) játszmában nyer?

		második dobás eredménye					
		1	2	3	4	5	6
első dobás eredménye	1	-13					
	2						
	3						
	4						10
	5						
	6						