

2009 május, középszint - Az első 12 feladatra 45 perc áll rendelkezésre! A második rész 16.-18. feladatai közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldani! A második részre 135 perc áll rendelkezésre.

1. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet! $-2x^2 + 13x + 24 = 0$ (2)
2. Számítsa ki a 12 és 75 számok mértani közepét! (2)
3. Egy négytagú csoportban minden tagnak pontosan két ismerőse van a csoport tagjai között. Szemléltesse gráffal! (Az ismeretség kölcsönös.) (2)
4. Döntse el az alábbi két állítás mindegyikéről, hogy igaz vagy hamis!
a) Az $x \rightarrow \sin x$ ($x \in \mathbb{R}$) függvény periódusa 2π . b) Az $x \rightarrow \sin(2x)$ ($x \in \mathbb{R}$) függvény periódusa 2π . (2)
5. A 9.B osztály létszáma 32 fő. Közülük egy osztálytitkárt, majd egy titkárhelyettest választanak. Hányféle lehet a választás kimenetele? (2)
6. Adja meg a $\log_3 81$ kifejezés pontos értékét! (2)
7. Egy mértani sorozat első tagja -3 , hányadosa -2 . Adja meg a sorozat ötödik tagját! Írja le a megoldás menetét! (3)
8. Írja fel 24 és 80 legkisebb közös többszörösét! Számítását részletezze! (3)
9. Az A és a B halmazok a számegyenes intervallumai: $A = [-1,5 ; 12]$, $B = [3 ; 20]$. Adja meg az $A \cup B$ és a $B \cap A$ halmazokat! (4)
10. Adja meg a $3x + 2y = 18$ egyenletű egyenes és az y tengely metszéspontjának koordinátáit! (2)
11. Egy kisüzem 6 egyforma teljesítményű gépe 12 nap alatt gyártaná le a megrendelt csavarmennyiséget. Hány ugyanilyen teljesítményű gépnek kellene dolgoznia ahhoz, hogy ugyanennyi csavart 4 nap alatt készítsenek el? (2)
12. Egy gömb alakú gáztároló térfogata 5000 m^3 . Hány méter a gömb sugara? A választ egy tizedesjegyre kerekítve adja meg! Írja le a számítás menetét! (4)

13. Egy 2000. január elseji népesség-statisztika szerint a Magyarországon élők kor és nem szerinti megoszlása (ezer főre) kerekítve az alábbi volt:

- a) Melyik korcsoport volt a legnépesebb? A táblázat adatai alapján adja meg, hogy hány férfi és hány nő élt Magyarországon 2000. január 1-jén?
b) Ábrázolja egy diagramon, két különböző jelölésű oszloppal a férfiak és a nők korcsoportok szerinti megoszlását!
c) Számítsa ki a férfiak százalékos arányát a 20 évnél fiatalabbak korcsoportjában, valamint a legalább 80 évesek között! (3+5+4)

korcsoport (év)	férfiak száma (ezer fő)	nők száma (ezer fő)
0 - 19	1 214	1 158
20 - 39	1 471	1 422
40 - 59	1 347	1 458
60 - 79	685	1 043
80 -	75	170

14. Egy vetélkedőn részt vevő versenyzők érkezéskor sorszámot húznak egy urnából. Az urnában 50 egyforma gömb van. Minden egyes gömbben egy-egy szám van, ezek különböző egész számok 1-től 50-ig.

- a) Mekkora annak a valószínűsége, hogy az elsőnek érkező versenyző héttel osztható sorszámot húz?
A vetélkedő győztesei között jutalomként könyvutalványt szerettek volna szétosztani. A javaslat szerint Anna, Bea, Csaba és Dani kapott volna jutalmat, az egyes jutalmak aránya az előbbi sorrendnek megfelelően 1 : 2 : 3 : 4 . Közben kiderült, hogy akinek a teljes jutalom ötödét szánták, önként lemond az utalványról. A zsűri úgy döntött, hogy a neki szánt 16 000 forintos utalványt is szétosztják a másik három versenyző között úgy, hogy a jutalmaik közti arány ne változzon.
b) Összesen hány forint értékű könyvutalványt akartak a szervezők szétosztani a versenyzők között, és ki mondott le a könyvutalványról?
c) Hány forint értékben kapott könyvutalványt a jutalmat kapott három versenyző külön - külön? (3+6+3)

15. Valamely derékszögű háromszög területe 12 cm^2 , az α hegyesszögéről pedig tudjuk, hogy $\text{tg } \alpha = \frac{3}{2}$. a) Mekkora a háromszög befogói?

b) Mekkora a háromszög szögei, és mekkora a köré írt kör sugara? (A szögeket fokban és a kör sugarát centiben egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!) (8+4)

16. A következő kérdések ugyanarra a 20 oldalú szabályos sokszögre vonatkoznak. (3+6+8)

- a) Mekkora a sokszög belső szögei? Mekkora a külső szögei?
b) Hány átlója, illetve hány szimmetriatengelye van a sokszögnek? Hány különböző hosszúságú átló húzható egy csúcsból?
c) Milyen hosszú a legrövidebb átló, ha a szabályos sokszög beírt körének sugara 15 cm ? A választ két tizedesjegyre kerekítve adja meg!

17. A valós számokon értelmezett f másodfokú függvény grafikonját úgy kaptuk, hogy a $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad g(x) = \frac{1}{2} x^2$ függvény grafikonját a $\underline{v}(2; -4,5)$ vektorral eltoltuk.

a) Adja meg az f függvény hozzárendelési utasítását képlettel! b) Határozza meg f zérushelyeit!

c) Ábrázolja f grafikonját a $[-2;6]$ intervallumon! d) Oldja meg az egész számok halmazán a következő egyenlőtlenséget! $\frac{1}{2} x^2 \leq 2x + \frac{5}{2}$ (3+4+4+6)

18. Egy ruházati nagykereskedés raktárában az egyik fajta szövetkabátból már csak 20 darab azonos méretű és azonos színű kabát maradt; ezek között 9 kabát apró szövési hibák fordulnak elő. A nagykereskedés eredetileg darabonként $17\,000 \text{ Ft}$ -ért árulta a hibátlan és $11\,000 \text{ Ft}$ -ért a szövési hibás kabátokat. A megmaradt 20 kabát darabját azonban már egységesen $14\,000 \text{ Ft}$ -ért kínálja. Egy kiskereskedő megvásárolt 15 darab kabátot a megmaradtakból. Ezeket egyenlő valószínűséggel választja ki a 20 kabát közül.

- a) Számítsa ki, mekkora annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott kabátok között legfeljebb 5 olyan van, ami szövési hibás! (Három tizedesjegyre kerekítve!)
b) Legfeljebb hány hibás kabát volt a 15 között, ha a kiskereskedő kevesebbet fizetett, mint ha a kabátokat eredeti árukon vásárolta volna meg? (10+7)