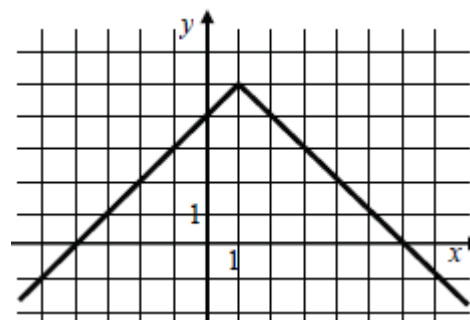
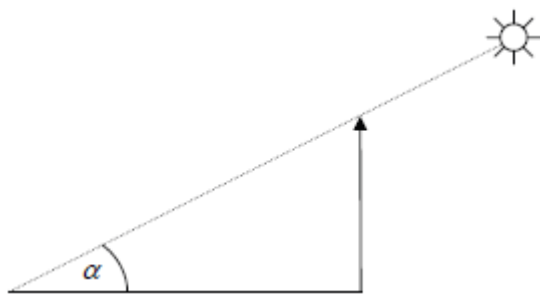


2009 október, középszint - Az első 12 feladatra 45 perc áll rendelkezésre! A második rész 16.-18. feladatai közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldani! A második részre 135 perc áll rendelkezésre.

1. Számítsa ki 25 és 121 számtani és mértani közepét! (2)
2. Legyen A a 10-nél kisebb pozitív prímek halmaza, B a hattal osztható, harmincnál nem nagyobb pozitív egészek halmaza. Sorolja fel A , B és $A \cup B$ elemeit! (3)
3. Egy zsákban nyolc fehér golyó van. Hány fekete golyót kell a zsákba tenni, hogy – véletlenszerűen kiválasztva egy golyót –, fehér golyó kiválasztásának 0,4 legyen a valószínűsége, ha bármelyik golyót ugyanakkora valószínűséggel választjuk? (2)
4. Mennyi az $\left(\frac{1}{5}\right)^{2x}$ kifejezés értéke, ha $x = -1$? (2)
5. Egy torony árnyéka a vízszintes talajon kétszer olyan hosszú, mint a torony magassága. Hány fokos szöget zár be ekkor a Nap sugara a vízszintes talajjal? A keresett szöget fokban, egészre kerekítve adja meg! (2)
6. Egy mértani sorozat első tagja -5 , hányadosa -2 . Számítsa ki a sorozat tizenegyedik tagját! Indokolja a választát! (2)
7. A valós számok halmazán értelmezett $x \rightarrow |x|$ függvényt transzformáltuk. Az alábbi ábra az így kapott f függvény grafikonjának egy részletét mutatja. Adja meg f hozzárendelési utasítását képlettel! (3)
8. Az a , b és c tetszőleges pozitív valós számokat jelölnek. Tudjuk, hogy $\lg x = 3 \lg a - \lg b + \frac{1}{2} \lg c$. Melyik kifejezés adja meg helyesen x értékét? (3)

$$A: x = \frac{3a}{b} + \frac{1}{2}c \quad B: x = a^3 - b + \sqrt{c} \quad C: x = \frac{a^3}{b\sqrt{c}} \quad D: x = \frac{a^3 c^{-1}}{b} \quad E: x = a^3 - b\sqrt{c} \quad F: x = \frac{a^3 \sqrt{c}}{b} \quad G: x = \frac{a^3 \frac{1}{c}}{b}$$

9. Melyik a legnagyobb szám az alábbi 12 szám közül, amelynek elhagyásával a megmaradt 11 szám mediánja 6? (2) 6; 4; 5; 5; 1; 10; 7; 6; 11; 2; 6; 5
10. Számítsa ki a következő vektorok skaláris szorzatát! Határozza meg a két vektor által bezárt szöveget! $\underline{a}(5; 8)$, $\underline{b}(-40; 25)$ (3)
11. Belefér-e egy 1600 cm^2 felszínű (gömb alakú) vasgolyó egy 20 cm élű kocka alakú dobozba? Válaszát indokolja! (3)
12. Legyen f a valós számokon értelmezett függvény, $f(x) = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$. Mennyi az f helyettesítési értéke, ha $x = \frac{\pi}{3}$? Írja le a számolást! (3)



13. a) Oldja meg a valós számokon az egyenletet! $(x + 2)^2 - 90 = 5(0,5x - 17)$ b) Oldja meg a valós számokon a $\frac{3-x}{7x} < 2$ egyenlőtlenséget! (5+7)

14. Angéla a pihenőkertjük egy részére járólapokat fektetett le. Az első sorba 8 járólap került, minden további sorba kettővel több, mint az azt megelőzőbe. Összesen 858 járólapot használt fel. a) Hány sort rakott le Angéla?

A járólapokat 225-ös csomagolásban árusítják. Minden csomagban bordó színű a járólapok 16%-a, a többi szürke. Angéla 4 csomag járólapot vásárolt. Csak bordó színű lapokat rakott le az első és az utolsó sorba. Ezen kívül a többi sor két szélén levő 1-1 járólap is bordó, az összes többi lerakott járólap szürke. b) Adja meg, hogy hány szürke és hány bordó járólap maradt ki a lerakás után! (6+6)

15. Béla egy fekete és egy fehér színű szabályos dobókockával egyszerre dob. Feljegyzi azt a kétjegyű számot, amelyet úgy kap, hogy a tízes helyiértéken a fekete kockával dobott szám, az egyes helyiértéken pedig a fehér kockával dobott szám áll. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a feljegyzett kétjegyű szám

a) négyzetszám; b) számjegyei megegyeznek; c) számjegyeinek összege legfeljebb 9? (3+3+6)

16. Adott az $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 56 = 0$ egyenletű kör és az $x - 8,4 = 0$ egyenletű egyenes. a) Számítsa ki a kör és az egyenes közös pontjainak koordinátáit! b) Mekkora távolságra van a kör középpontja az egyenestől?

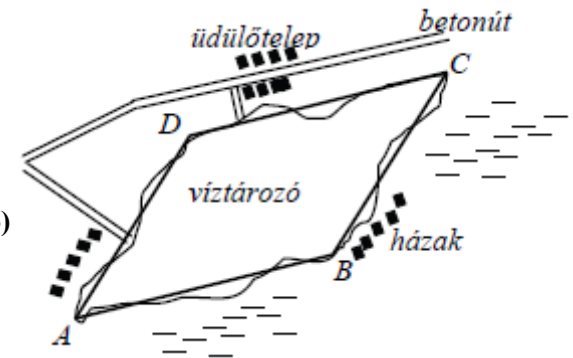
Egy 9 cm sugarú kört egy egyenes két körívre bont. Az egyenes a kör középpontjától 5,4 cm távolságban halad. c) Számítsa ki a hosszabb körív hosszát! (A választ egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!) (6+5+6)

17. Egy víztározó víztükrének alakját az ábrán látható módon az ABCD paralelogrammával közelítjük. A paralelogrammának az 1:30 000 méretarányú térképen mért adatai: $AB = 4,70\text{cm}$, $AD = 3,80\text{cm}$ és $BD = 3,30\text{cm}$. (4+7+6)

a) A helyi önkormányzat olyan kerékpárút építését tervezi, amelyen az egész víztározót körbe lehet kerekézni. Hány km hosszúságú lesz ez az út, ha hossza kb. 25%-kal több a paralelogramma kerületénél? Válaszát egy tizedesre kerekítse!

b) Mekkora az a legnagyobb távolság, amelyet motorcsónakkal, irányváltoztatás nélkül megtehetünk a víztározó víztükrén? Válaszát km-ben, egy tizedesjegyre adja meg!

c) Körülbelül hány m^3 -rel lesz több víz a víztározóban, ha a vízszintet 15 cm-rel megemelik? Ezer m^3 -re kerekítsen!



18. Ha az eredetileg $I_0 \left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2} \right)$ intenzitású lézersugár x mm ($x \geq 0$) mélyre hatol egy bizonyos anyagban, akkor ebben a mélységben intenzitása

$I(x) = I_0 \cdot 0,1^{\frac{x}{6}} \left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2} \right)$ lesz. Ezt az anyagot $I_0 = 800 \left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2} \right)$ intenzitású lézersugárral világítják meg. a) Töltse ki az alábbi táblázatot egész értékekre kerekítve!

x (mm)	0	0,3	0,6	1,2	1,5	2,1	3
$I(x) \left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2} \right)$	800						

b) Mekkora mélységben lesz a behatoló lézersugár intenzitása az eredeti érték (I_0) 15%-a? (A választ tizedmilliméterre kerekítve adja meg!)

c) Egy gyermekszínház műsorának valamelyik jelenetében dekorációként az ábrán látható elrendezés szerinti négy csillag közül egyeseket zöld vagy kék lézerefénnyel rajzolnak ki. Hány különböző dekorációs terv készülhet, ha legalább egy csillagot ki kell rajzolni a lézerral? (3+6+8)

