

2010 május, középszint – Az első 12 feladatra 45 perc áll rendelkezésre! A második rész 16.-18. feladatai közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldani! A második részre 135 perc áll rendelkezésre.

1. Sorolja fel a 2010-nek mindazokat a pozitív osztóit, amelyek prímszámok! (2)

2. Oldja meg az egyenletet a valós számok halmazán! $x^2 = 25$ (2)

3. Egy 7 fős csoport tagjainak cm-ben mért magasságait látjuk. Mekkora a csoport átlagmagassága? Ki van legközelebb az átlagmagassághoz? (2+1)

Anna	Bea	Marci	Karcsi	Ede	Fanni	Gábor
155	158	168	170	170	174	183

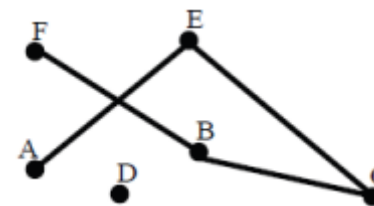
4. Az $\mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}$, $x \rightarrow 3 + \log_2 x$ függvény az alább megadott függvények közül melyikkel azonos? (2)

A) $\mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}$, $x \rightarrow 3 \log_2 x$ B) $\mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}$, $x \rightarrow \log_2(8x)$ C) $\mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}$, $x \rightarrow \log_2(3x)$ D) $\mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}$, $x \rightarrow \log_2(x^3)$

5. Annának kedden 5 órája van, mégpedig matematika (M), német (N), testnevelés (T), angol (A) és biológia (B). Tudjuk, hogy a matematikaórát testnevelés követi, és az utolsó óra német. Írja le Anna keddi órarendjének összes lehetőségét! (2)

6. Egy egyenlő szárú háromszög alapja 5 cm, a szára 6 cm hosszú. Hány fokosak a háromszög alapon fekvő szögei? A szögek nagyságát egész fokra kerekítve adja meg! Válaszát indokolja! (2+1)

7. Az ábrán látható hatpontú gráfba rajzoljon be 2 élt úgy, hogy a kapott gráf minden csúcsából 2 él induljon ki! A berajzolt éleket két végpontjukkal adja meg! (2)



8. Az alábbi kilenc szám közül egyet véletlenszerűen kiválasztva, mekkora annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott szám **nem negatív**? $-3,5; -5; 6; 8,4; 0; -2,5; 4; 12; -11$. (2)

9. Oldja meg a valós számok halmazán a $\sin x = 0$ egyenletet, ha $-2\pi \leq x \leq 2\pi$! (3)

10. Döntse el az alábbi négy állításról, hogy melyik igaz, illetve hamis! (1+1+1+1)

A: Van olyan derékszögű háromszög, amelyben az egyik hegyesszög szinusza $\frac{1}{2}$. **B:** Ha egy háromszög egyik hegyesszögének szinusza $\frac{1}{2}$, akkor derékszögű.

C: A derékszögű háromszögnek van olyan szöge, amelynek nincs tangense. **D:** A derékszögű háromszögek bármelyik szögének értelmezzük a koszinuszát.

11. A héten az ötös lottón a következő számokat húzták ki: 10, 21, 22, 53 és 87. Kata elújságolta Sárának, hogy a héten egy két találatos szelvénye volt. Sára nem ismeri Kata szelvényét, és arra tippel, hogy Kata a 10-est és az 53-ast találta el. Mekkora annak a valószínűsége, hogy Sára tippje helyes? Válaszát indokolja! (3)

12. Egy 17 fős csoport matematika témazáró dolgozatának értékelésekor a tanár a következő információkat közölte: *Mind a 17 dolgozatot az 1-es, a 2-es, a 3-as, a 4-es és az 5-ös jegyek valamelyikével osztályozta. A jegyek mediánja 4, módusza 4, terjedelme 4 és az átlaga (két tizedes jegyre kerekítve) 3,41.* Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, illetve hamis! **A:** A dolgozatoknak több mint a fele jobb hármasnál. **B:** Nincs hármasnál rosszabb dolgozat. (2)

13. a) Számítsa ki azt a két pozitív számot, amelyek számtani (aritmetikai) közepe 8, mértani (geometriai) közepe pedig 4,8. (12)

14. Az ABC háromszög csúcspontjainak koordinátái: A(0; 0), B(-2; 4), C(4; 5). a) Írja fel az AB oldal egyenesének egyenletét! b) Számítsa ki az ABC háromszög legnagyobb szögét! A választ tizedes fokra kerekítve adja meg! c) Számítsa ki az ABC háromszög területét! (2+7+3)

15. a) Rajzolja meg derékszögű koordináta-rendszerben a]-1; 6] intervallumon értelmezett, $x \rightarrow -|x - 2| + 3$ hozzárendelésű függvény grafikonját! b) Állapítsa meg a függvény értékkészletét, és adja meg az összes zérushelyét! c) Döntse el, hogy a P(3,2 ; 1,85) pont a függvény grafikonján van-e! Válaszát számítással indokolja! d) Töltse ki az alábbi táblázatot, és adja meg a függvényértékek (a hét szám) mediánját! (4+3+2+3)

x	-0,5	0	1,7	2	2,02	4	5,5
$- x - 2 + 3$							

16. Egy középiskolába 620 tanuló jár. Az iskola diákbizottsága az iskolanapra három kiadványt jelentetett meg: I. Diákok Hangja II. Iskolaélet III. Miénk a sulí!. Később felmérték, hogy ezeknek a kiadványoknak milyen volt az olvasottsága az iskola tanulóinak körében. A Diákok Hangját a tanulók 25%-a, az Iskolaéletet 40%-a, a Miénk a sulí! c. kiadványt pedig 45%-a olvasta. Az első két kiadványt a tanulók 10%-a, az első és harmadik kiadványt 20%-a, a másodikat és harmadikat 25%-a, mindhármát pedig 5%-a olvasta. a) Hányan olvasták mindhárom kiadványt? b) Írja egy halmazábra mindegyik tartományába az oda tartozó, az egyes kiadványokat elolvasott tanulók létszámát! c) Az iskola tanulóinak hány százaléka olvasta legalább az egyik kiadványt?

Az iskola 12. évfolyamára 126 tanuló jár, közöttük kétszer annyi látogatta az iskolanap rendezvényeit, mint aki nem látogatta. Az Iskolaélet című kiadványt a rendezvényeket látogatók harmada, a nem látogatóknak pedig a fele olvasta. Egy újságíró megkérdez két, találmra kiválasztott diákot az évfolyamról, hogy olvasták-e az Iskolaéletet. d) Mekkora annak a valószínűsége, hogy a két megkérdezett diák közül az egyik látogatta az iskolanap rendezvényeit, a másik nem, viszont mindketten olvasták az Iskolaéletet? (2+6+2+7)

17. Statisztikai adatok szerint az 1997-es év utáni években 2003-mal bezárólag a világon évente átlagosan 1,1%-kal több autót gyártottak, mint a megelőző évben. A 2003-at követő években, egészen 2007-vel bezárólag évente átlagosan már 5,4%-kal gyártottak többet, mint a megelőző évben. 2003-ban összesen 41,9 millió autó készült. a) Hány autót gyártottak a világon 2007-ben? b) Hány autót gyártottak a világon 1997-ben? Válaszait százezerre kerekítve adja meg!

2008-ban az előző évhez képest csökkent a gyártott autók száma, ekkor a világon összesen 48,8 millió új autó hagyta el a gyárat. 2008-ban előrejelzés készült a következő 5 évre vonatkozóan. Eszerint 2013-ban 38 millió autót fognak gyártani. Az előrejelzés úgy számolt, hogy minden évben az előző évnek ugyanakkora százalékkal csökken a termelés. c) Hány százalékkal csökken az előrejelzés szerint az évenkénti termelés a 2008-at követő 5 év során? Az eredményt egy tizedes jegyre kerekítve adja meg! d) Elfogadjuk az előrejelzés adatát, majd azt feltételezzük, hogy 2013 után évente 3%-kal csökken a gyártott autók száma. Melyik évben lesz így az abban az évben gyártott autók száma a 2013-ban gyártottaknak a 76%-a? (4+4+4+5)

18. Az egyik csokigyárban új, kúp alakú desszertet gyártanak. A desszert csokoládé váza tölcser alakú. A külső és belső kúp hasonló, a hasonlóság aránya $\frac{6}{5}$. A kisebb kúp

alapkörének sugara 1 cm, magassága 2,5 cm hosszú. a) Hány cm^3 csokoládét tartalmaz egy ilyen csokoládéváz?

Az elkészült csokoládéváz üreges belsejébe marcipángömböt helyeznek, ezután egy csokoládéból készült vékony körlemezzel lezárják a kúpot. b) Hány cm a sugara a lehető legnagyobb méretű ilyen marcipángömbnek?

A választ mindkét esetben egy tizedre kerekítve adja meg!

A marcipángömböket gyártó gép működése nem volt hibátlan. A mintavétellel végzett minőség-ellenőrzés kiderítette, hogy a leggyártott gömbök 10%-ában a marcipángömb mérete nem felel meg az előírtnak. c) A már leggyártott nagy mennyiségű gömb közül 10-et kiválasztva, mekkora annak a valószínűsége, hogy a kiválasztottak között pontosan 4-nek a mérete nem felel meg az előírásnak? (Kiszámításához használhatja a binomiális eloszlás képletét.) (5+7+5)

