

2005 május 10. EMELT

1. Die Seitengeraden des Dreieck ABC haben die folgenden Gleichungen: $AB: y = 0$; $BC: x + 10y = 20$; $AC: y = 0,5x - 4$.
a) Berechnen Sie die Koordinaten der Eckpunkte! b) Berechnen Sie den Innenwinkel bei dem Eckpunkt B ! (7 + 4)

2. a) Entscheiden Sie, welche Aussagen richtig und welche falsch sind! Schreiben Sie ihre Antworten in die Tabelle!

A: Ein vollständiger Graph, der 6 Punkte enthält, hat 15 Kanten.

B: Falls die Kantenzahl bei einem vollständigen Graphen gerade ist, ist die Punktzahl auch gerade.

C: Falls ein Graph aus 51 Punkten keinen Kreis enthält, dann hat der Graph höchstens 50 Kanten.

D: Es gibt keinen Graphen mit 6 Punkten, in dem die Summe des Grades der Punkte genau 11 ist.

Tabelle:

A B C D

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass einer alle vier Antworten richtig hat, falls er noch nie etwas über Graphen gehört hat?

c) Verneine den folgenden Satz: "Es gibt keine Liebe, die nicht vergeht." (*Volksliedsammlung*)

d) Formulieren Sie eine Textaufgabe, deren Lösung mit der folgenden Angabe zu berechnen ist: $\binom{17}{2}$ (4 + 3 + 3 + 3)

3. Die Summe der ersten drei Glieder einer steigenden arithmetischen Folge ist 60. Wir erhalten die aufeinander folgenden Glieder einer geometrischen Folge, falls wir zu dem ersten Glied 64 addieren und die zwei weiteren Glieder unverändert beibehalten. Bestimmen Sie die ersten drei Glieder der beiden Folgen! (13)

4. a) Stellen Sie die Funktion dar, die mit der Zuordnung, $f(x) = 0,5 \cdot |x - 4| + 3$ gegeben ist und in dem abgeschlossenen Intervall $[0;6]$ definiert ist!

b) Bestimmen Sie den Wertevorrat der Funktion! c) Der Graph der Funktion soll auf dem auf $[0;4]$ verkleinerten Intervall um die x -Achse rotieren! Berechnen Sie die Oberfläche von dem so erhaltenen Rotationskörper! (4 + 2 + 8)

Von den Aufgaben 5-9 müssen Sie vier beliebig ausgewählte Aufgaben lösen. Die Nummer der nicht ausgewählten Aufgabe schreiben Sie bitte ins leere Kästchen auf der Seite 2!

5. In einer Stadt gibt es 18 Restaurants. In 11 von diesen Restaurants gibt es Frühstück, in 11 ein vegetarisches Menü und in 10 Bedienung. Alle 18 Restaurants bieten mindestens eine dieser drei Dienstleistungen an. Fünf Restaurants bieten ein Frühstück aber kein vegetarisches Menü an. Unter den Restaurants, wo wir ein Frühstück nehmen können sind nur fünf, wo es auch eine Bedienung gibt. Es gibt nur ein Restaurant, wo alle drei Dienstleistungen zur Verfügung stehen.

a) In wievielen Restaurants kann man ein vegetarisches Menü, aber kein Frühstück bekommen?

b) In wievielen Restaurants wird ein vegetarisches Menü serviert?

c) Im Restaurant „Kleiner Hahn“ kann jeder Gast nach der Bezahlung an einer Gewinnziehung teilnehmen. Zwei Urnen, in denen die Kugeln je einen

Namen der Restaurants enthalten, werden dem Gast angeboten. Urne A enthält alle Namen der Restaurants genau einmal. Urne B enthält die Namen derjenigen Restaurants genau einmal, wo es keine Bedienung gibt. Der Gast kann eine beliebige Kugel auswählen. Falls es in dem ausgewählten Restaurant Frühstück gibt, bekommt er eine Woche lang das Frühstück umsonst, im anderen Fall hat er nicht gewonnen. Bei welcher Urne ist die Wahrscheinlichkeit am größten, bei einem Zug zu gewinnen? (5 + 6 + 5)

6. Betrachten wir die in der Menge der reellen Zahlen definierte Funktion $f(x) = (p - 3,5)x^2 + 2(p - 2)x + 6$, wobei p ein beliebiger reeller Parameter ist!

a) Zeigen Sie, daß bei einem beliebigen Wert von p die Nullstelle der obigen Funktion $x = -2$ ist!

b) Bei welchen Werten von p wird die zweite Nullstelle größer als 1?

(2 + 14)

7. Löse die Gleichung in der Menge der reellen Zahlen! $\sqrt{\sin^2 x - 4 \sin x + 4} + \sqrt{\sin^2 x + 4 \sin x + 4} = \sqrt{\sin^2 x + 7 \sin x + 12,25}$ (16)

8. Die folgende Tabelle zeigt die Verteilung der arbeitsfähigen Bevölkerung eines Landes nach Art der Beschäftigung. Die Daten sind auf tausend Personen gerundet. Beschäftigungsarten Jahr 2003.

Im Jahr 2004

- die Zahl der arbeitsfähigen Bevölkerung steigerte sich um 3 Tausendstel gegenüber dem Jahr 2003,
- das Verhältnis der Arbeitslosen zur arbeitsfähigen Bevölkerung blieb unverändert,
- die Zahl der in der Dienstleistung tätigen Personen steigerte sich um 2% gegenüber dem Jahr 2003.

	Beschäftigungsarten	Jahr 2003. (tausend Personen)	Jahr 2004. (tausend Personen)
Beschäftigte	In der Landwirtschaft tätig	1020	
	In der Industrie beschäftigt	1870	1926
	In der Dienstleistung tätig	5015	
Arbeitslose		595	
Arbeitsfähige Bevölkerung insgesamt		8500	

a) Berechne die fehlenden Daten der Tabelle (auf tausend Personen gerundet)!

b) Stelle auf einem Kreisdiagramm die Verteilung der Beschäftigten nach Beschäftigungsarten im Jahr 2003 dar!

c) Um wieviel Prozent veränderte sich im Jahr 2004 die Zahl der Personen, die in der Landwirtschaft tätig waren, gegenüber dem Jahr 2003? Ist sie gestiegen oder gesunken? (7 + 5 + 4)

9. Die Seiten des Dreiecks ABC sind $AB = 42$, $BC = 40$ und $CA = 26$. Ein Rechteck soll so in das Dreieck einbeschrieben werden, dass die eine Seite auf Seite AB liegt und die zwei übrigen Eckpunkte auf den Seiten CA beziehungsweise BC liegen. Betrachten wir unter allen möglichen Rechtecken das mit dem größten Flächeninhalt! Wie groß sind die Seiten des Rechtecks? (16)