

- 1.** Die Endpunkte der Basis einem gleichschenkligen Dreiecks haben die Koordinaten A(3; 5) und B(7; 1). Der dritte Eckpunkt des Dreiecks liegt auf der y-Achse. **a)** Berechnen Sie die Koordinaten des dritten Eckpunktes! **b)** Bestimmen Sie die Gleichung des Umkreises! (4 + 8)
- 2.** Gegeben ist ein blauer und ein roter Würfel. Der Oberfläche des roten Würfels ist um 25% kleiner als die des blauen Würfels. Um wie viel Prozent ist das Volumen des roten Würfels kleiner als das Volumen des blauen Würfels? (12)
- 3.** Die reellen Lösungen der Gleichung $x^2 - x + p = 0$ sind um 1 kleiner als die reellen Lösungen der Gleichung $x^2 + px - 1 = 0$. (9 + 4)
a) Berechnen Sie den Wert des reellen Parameters p ! **b)** Berechnen Sie die reellen Lösungen beider Gleichungen, wenn $p = 5$ ist!
- 4.** Eine 30-köpfige Gruppe von Wissenschaftlern untersucht die Rolle der Computer bei der Forschung, der Schulung und der Kommunikation. Von den Wissenschaftlern haben alle mindestens in einem Thema publiziert. 12 Mitglieder der Gruppe haben über die Rolle der Computer in der Forschung, 18 über die Rolle in der Schulung und 17 über die Rolle in der Kommunikation eine Studie veröffentlicht. In der Gruppe sind 7 Wissenschaftler die genau in zwei Themen Studien veröffentlicht haben. **a)** Zu einem Fernsehgespräch wird zufällig ein Wissenschaftler ausgewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er in alle drei Themen eine Studie veröffentlicht hat? **b)** Wie viele Wissenschaftler sind Spezialisten, also haben nur in einem Thema Studien veröffentlicht? (10 + 4)
- 5.** Der Turm in einer mittelalterlichen, im romanischen Stiel gebauten Kirche hat als Dachboden eine vierseitige regelmäßige Pyramide, deren Grundkanten und Seitenkanten gleich lang sind! Bei der Renovierung wurde im Dachboden ein würfelförmiger Raum mit einer maximalen Größe ausgestaltet. Der Boden des Raumes ruht auf der Grundseite der Pyramide und die Ecken der Zimmerdecke liegen auf den Seitenkanten der Pyramide.
a) Wie groß ist die Grundfläche des Raumes, wenn die Kantenlängen der Pyramide 8 m betragen?
b) Wie viel Prozent des ursprünglichen Dachbodenlufttraumes beträgt jetzt dieser Raum? (9 + 7)
- 6.** Es sind die Funktionen $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = -x^2 + 10x - 22$ und $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, g(x) = -x + 6$ gegeben.
a) Lösen Sie die Gleichung $f(x) = g(x)$! **b)** Bestimmen Sie die Gleichungen der Tangenten der Kurve $y = f(x)$ bei den Schnittpunkten der Figuren $y = f(x)$ und $y = g(x)$! **c)** Stellen Sie die Graphen der Funktionen f und g dar! Berechnen Sie den Flächeninhalt von der ebenen Figur, die von den Graphen $y = f(x), y = g(x)$ und $x = 6$ begrenzt wird und der y-Achse näher liegt! (3 + 7 + 6)
- 7.** Der Zug, der zwischen Szeged und Budapest fährt sollte am Montag zwischen Cegléd und Budapest wegen Bauarbeiten seine bisherige Durchschnittsgeschwindigkeit auf ein Drittel verringern. Am Wochenende konnte der Zug wieder eine Strecke von 19 km nach Cegléd

mit der alten Durchschnittsgeschwindigkeit zurücklegen, aber danach konnte er bis Budapest wieder nur ein Drittel so schnell fahren wie üblich. So hatte der Zug am Montag 30 Minuten mehr Verspätung als am Wochenende.

a) Wie groß ist die ursprüngliche Durchschnittsgeschwindigkeit des Zuges in km/h?

Für die Bestimmung der Kosten macht der Ungarische Bundesbahn oft eine Statistik über dem Anteil der Ermäßigungen, die die Fahrgäste der einzelnen Linien beanspruchen. In einem Zug, der nur mit Wagen zweiter Klasse von Budapest nach Szeged fährt, waren 400 Fahrgäste, die die ganze Strecke benutzt haben (also sind von Abfahrtstation bis zu Endstation gefahren). Für diese Strecke kostet eine Fahrkarte zweiter Klasse zu vollen Preis ungefähr 2000 Ft. (Einfachheitshalber rechnen wir mit diesen Preis.) Die Schaffner hat bei jedem Fahrgast aufgeschrieben, welche Ermäßigung bei dem Kauf der Fahrkarte verwendet wurde. Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle zu sehen. (x%-ige Ermäßigung bedeutet, dass der volle Preis um x% verringert wird.)

Art der Fahrkarte	Voller Preis	20% Ermäßigung	33% Ermäßigung	50% Ermäßigung	67,5% Ermäßigung	75% Ermäßigung	90% Ermäßigung	95% Ermäßigung	Frei
Anzahl der Fahrgäste	84	18	44	110	11	35	31	29	38
Wahrer Fahrkartenpreis (Ft)									

b) Füllen Sie die Tabelle aus und bestimmen Sie, welcher Ermäßigung der durchschnittliche Fahrkartenpreis entspricht! (10 + 6)

8. a) Im dezimalen Zahlensystem ist a eine einstellige Zahl, ab eine zweistellige Zahl und baa eine dreistellige Zahl, in dieser Reihenfolge sind diese Zahlen die erste drei Glieder einer arithmetischen Folge. (Gleiche Buchstaben bedeuten gleiche Ziffern und verschiedene Buchstaben verschiedene Ziffern.) Berechnen Sie die Differenz und die Summe der ersten hundert Elemente der Folge!

b) Beweisen Sie, dass die Summe der ersten n Elemente, die Summe der zweiten n Elemente und die Summe der dritten n Elemente einer geometrischen Folge auch aufeinanderfolgende Glieder einer geometrischen Folge sind! (7 + 9)

9. Das Kuratorium der Stiftung eines Gymnasiums hat sich entschieden, ein Lottospiel zu starten, wobei ein Teil der Einnahmen für den Gewinn und der Rest für karitative Zwecke verwendet werden. In diesem Spiel wird wöchentlich, rein zufällig vier von den ersten 40 positiven ganzen Zahlen gezogen. András wählt folgenderweise die Zahlen für den Spiel aus: er bestimmt die ersten zwei Zahlen, dann als dritte nimmt er die Summe dieser Zahlen und als vierte die Summe der drei ausgewählten Zahlen.

a) Höchstens welche Zahl kann András für die kleinste Zahl bestimmen?

b) Welche Zahlen können auf dem korrekt ausgefüllten Schein vorkommen, wenn András für die kleinsten Zahl den größtmöglichen Wert nimmt?

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass András einen Volltreffer hat, wenn er nach diesem Regel an einer Woche genau einmal auf alle möglichen Viererkombinationen setzt? (4 + 4 + 8)