

1. Lösen Sie das folgende Gleichungssystem! x und y bezeichnen reellen Zahlen.

$$\begin{cases} \log_2(2x+y) - \log_2(x-1,5y) = 2 \\ \log_3(x+y) + \log_3(x-y) = 2 + \log_{3,5} \end{cases} \quad (11)$$

2. a) Stellen Sie im einen rechtwinkligen Koordinatensystem die Geraden $y = 0,5x + 2$ und $y = -0,5x + 4$ dar!
 b) Die x -Achse, die y -Achse und die zwei dargestellten Geraden begrenzen ein konvexes Viereck. Wie groß ist der Flächeninhalt von diesem Viereck?
 c) Vier von den sechs Schnittpunkten der x -Achse, der y -Achse und der dargestellten Geraden bestimmen ein konkaves Viereck. Wie groß ist der Umfang des konkaven Vierecks? $(2 + 6 + 5)$

3. In einem Abteil der ersten Klasse in dem Zug nach Pécs fahren 6 Personen zu einer wissenschaftlichen Konferenz. Nach der Abfahrt des Zuges stellt sich heraus, dass unter den 6 Personen 2 sind, die alle anderen Mitreisenden kennen, die anderen kennen von früher genau je 4 Mitreisende. (Die Bekanntschaften sind gegenseitig.) A) Stellen Sie die Bekanntschaften in einem Graph dar! B) Die Bekannten haben sich mit einem Händeschütteln begrüßt. Wie oft wurden die Hände geschüttelt? C) Die 6 Mitreisende wurden in 3 Zweibettzimmer untergebracht. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es die Mitreisenden unterzubringen, wenn wir zwischen den Zimmern keinen Unterschied machen? $(4 + 3 + 6)$

4. Die Kanten der Quader $ABCDEFGH$ sind: $AB = 10$; $AD = 8$; $AE = 6$. Bezeichnen wir die aus dem Eckpunkt A ausgehenden Kantenvektoren: $AB = \mathbf{a}$; $AD = \mathbf{b}$, $AE = \mathbf{c}$. Von dem Eckpunkt A gehen diese drei Kantenvektoren, weiterhin 3 Seitendiagonalvektoren und ein Raumdiagonalvektor aus. Die sieben Vektoren werden addiert, bezeichne die Summe AP . A) Bestimmen Sie den Vektor AP mit Hilfe der Kantenvektoren \mathbf{a} ; \mathbf{b} und \mathbf{c} !
 B) Wie lang ist AP ? C) Welchen Winkel schließen die Vektoren AP und AE ein? D) Welchen Wert hat $AS \cdot AP$, wenn S der Schwerpunkt des Dreiecks HFC ist? $(2 + 3 + 3 + 6)$

5. Lösen Sie die folgende Gleichung, wobei der Parameter p eine reelle Zahl bezeichnet!

$$\frac{x}{x^2 - 4} + \frac{p}{x^2 + 2x} - \frac{1}{2x - x^2} = 0 \quad (16)$$

Gibt es eine reelle Zahl p , für die die Gleichung zwei verschiedene Lösungen hat? Gibt es eine reelle Zahl p , für die die Gleichung keine Lösungen hat?

6. Dani hat zwei Lieblingsfächer, die Mathematik und die Biologie.
 a) Am einen Nachmittag hat Dani die großen roten und die kleinen gestreiften Fische im Aquarium eines Kleintiergeschäftes zusammengezählt. Die Anzahl der großen roten Fische ist p , die der kleinen gestreiften ist c . Seine Schwester Kata hat er nicht verraten, wie viele Fische er gezählt hat, sondern hat folgendes erzählt: „Die 4, p und c sind in dieser Reihenfolge die aufeinanderfolgenden Glieder einer geometrischen und p , c und 40 einer arithmetischen Folge.“ Wie viele große rote und wie viele kleine gestreifte Fische hat Dani im Aquarium zusammengezählt?
 b) Dani hat ein sehr großes Aquarium gekauft und 100 kleine Fische angesiedelt. Die Ansiedlung und die Fürsorge ist so gut gelungen, dass der Fischstand jeden Monat um 20% zunahm. Nach jeden zweiten Monat hat er ein bestimmtes Anteil der Fische verkauft (immer denselben Anteil im

Prozent). Am Ende des 24. Monats blieben in Aquarium 252 Fische. Wie viel Prozent der Fische hat Dani nach jedem zweiten Monat verkauft?

c) Kata hat für ihren Geburtstag von Dani 20 Fische: 5 große rote und 15 kleine gestreifte in einem Kugelaquarium erhalten. Die zwei Kinder haben Pflanzen im Kugelaquarium gepflanzt und haben deshalb 8 Fische für eine kurze Zeit in ein Einweckglas umgesetzt. Die Fische haben sie zufällig ausgewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass unter den 8 umgesetzten Fischen genau 3 große, rote Fische waren? (5 + 7 + 4)

7. Das Brutto-Gehalt im August von 220 Angestellten einer Selbstverwaltung sind in der folgenden Tabelle dargestellt:

Gehalt (Tausend Ft)	68	108	154	184	225
Anzahl der Angestellten	25	65	70	44	16

- a) Stellen Sie die Verteilung der Gehälter der 220 Angestellten in einem Säulendiagramm dar! (3 + 6 + 3 + 4)
- b) Berechnen Sie den Mittelwert und die Streuung der Brutto-Gehälter im August!
- c) Wie groß ist der Mittelwert der Netto-Gehälter? (Das Brutto-Gehalt ist 165% des Netto-Gehaltes.)
- d) Im September bekommt jede Angestellte eine Lohnerhöhung von 2500 Ft. Wie verändert sich die Streuung der Brutto-Gehälter?

8. Der Funktion f ist im Intervall $[0; 5]$ definiert: $f(x) = 3\cos x - \cos(-x)$.

a) Entscheiden Sie über die folgenden Aussagen, ob sie falsch oder wahr sind! Begründen Sie Ihre Antwort!

Der Funktion f ist beschränkt.

Die Minimumstelle und der Maximumwert der Funktion f sind beide irrationale Zahlen..

b) Wie groß ist der Flächeninhalt von der ebenen Figur, die durch das Intervall $[0; 5]$ der x -Achse, das Intervall $[0; f(0)]$ der y -Achse, das Intervall $[0; f(5)]$ der Geraden $x = 5$ und des Graphen der Funktion f eingeschlossen wird? (6 + 10)

9. Welche sind die zweistelligen, positiven, ganzen Zahlen (N), die genau zwei der folgenden Aussagen erfüllen und genau zwei nicht erfüllen:

- N ist durch 7 teilbar.
- N ist ein Vielfaches der 29.
- $N+11$ ist eine Quadratzahl.
- $N-13$ ist eine Quadratzahl.

(16)

Von den Aufgaben 5-9 müssen Sie vier beliebig ausgewählte Aufgaben lösen. Die Nummer der nicht ausgewählten Aufgabe schreiben Sie bitte ins leere Kästchen auf der Seite 3!