

2009 május 5, emelt szint, 240 perc - Az 5.-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldani!

1. In einer Klasse mit 26 Schülern wurde eine Umfrage gemacht, wie viele Stunden die Schüler zu Hause durchschnittlich in einer Woche mit dem Lernen verbringen. Das Ergebnis der Umfrage ist in der folgenden Tabelle dargestellt:

Anzahl der mit Lernen verbrachte Stunden	3	4	5	6	7	8	9	10
Anzahl der Schüler	6	3	1	2	0	5	5	4

- a) Berechnen Sie, wie viele Stunden durchschnittlich die Schüler in einer Woche zu Hause mit dem Lernen verbringen! Bestimmen Sie die weiteren Mittelwerte (Modalwert, bzw. Median) der mit dem Lernen verbrachten Stunden!
- b) Erstellen Sie ein Säulendiagramm von den Daten der Tabelle! (7+3)

2. Eine Kaffee vertreibende Firma erstellt seine Mischungen aus zwei Kaffeesorten. Wenn von der Sorte A 20 kg und von der Sorte B 30 kg gemischt werden, dann kostet diese Mischung pro Kilogramm 1860 Ft. Wenn von der Sorte A 30 kg und von der Sorte B 20 kg gemischt werden, dann ist der Einheitspreis der Mischung 1740 Ft.

- a) Bestimmen Sie den Einheitspreis der Sorte A, beziehungsweise der Sorte B pro Kilogramm!
- b) Man möchte 60 kg Mischung mit einem Einheitspreis von 2000 Ft erstellen. Wie viel Kilogramm Kaffee soll von Sorte A und Sorte B gemischt werden? (10+4)

3. Gegeben ist die Funktion $x \rightarrow 2x^2 - 4x - 6$ über die Menge der reellen Zahlen. a) Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion und bestimmen Sie durch Berechnung die Minimumsstelle und Minimalwert der Funktion! b) Stellen Sie die Funktion im Intervall $[-2; 4]$ dar!

- c) Bestimmen Sie die Koordinaten des Brennpunktes der Parabel der Gleichung $y = 2x^2 - 4x - 6$! (6+3+4)

4. Lösen Sie die Ungleichung über die Menge der reellen Zahlen! $\sqrt{x^2 - 3x} \cdot \log_{0,1}(x+2) < 0$ (14)

5. Die ersten drei Glieder einer geometrischen Folge sind: a, b, c positive Zahlen. Wenn wir das dritte Glied um $(a + 2b)$ verringern, dann erhalten wir die aufeinander folgenden Glieder einer arithmetischen Folge. Auch die Zahlen $a, b + 9, c$ bilden in dieser Reihenfolge die aufeinander folgenden Glieder einer arithmetischen Folge. Bestimmen Sie die Zahlen a, b und c ! (16)

6. a) Wie viele sechsstellige Zahlen sind aus den Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5 zu erstellen, wenn die Ziffern mehrmals verwendet werden können?

b) Wie viele davon bestehen aus verschiedenen Ziffern und sind durch 5 teilbar?

c) Wie viele sechsstellige Zahlen sind durch Verwendung der Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5 zu bilden, wenn sich mindestens eine Ziffer wiederholen soll. (Es gibt mindestens eine Ziffer, die mindestens zweimal vorkommt.) (3+6+7)

7. András und Bálint nahmen an einer Nachtwanderung teil. Auf einem ebenen Gelände haben sie in der Ferne in zwei verschiedenen Richtungen jeweils ein Feuerwerk gesehen; sie beschlossen die Entfernung zwischen den Feuerwerken zu bestimmen. Sie haben gemessen, dass nach dem Lichtblitz aus der einen Richtung 18 s, aus der anderen Richtung 14 s vergehen, bis sie den Knall hören. Sie haben mit einer Schallgeschwindigkeit von $340 \frac{m}{s}$ gerechnet und haben die Zeit für die Verbreitung des Lichtes vernachlässigt. Danach - weil sie kein Winkelmessgerät hatten - hat András in die Richtung des einen und Bálint in die Richtung des anderen Feuerwerks jeweils 32 Schritte zurückgelegt und stellten fest, dass sie sich so 60 Schritte voneinander entfernt hatten. (Natürlich haben sie sich bemüht, gleich lange Schritte zurückzulegen.)

a) Berechnen Sie mit Hilfe der von András und Bálint gemessenen Daten den Abstand zwischen den beiden Feuerwerken in Kilometer genau!

b) Während der Wanderung haben sie den halben Weg mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von $2 \frac{km}{h}$ und die andere Hälfte mit $5 \frac{km}{h}$ zurückgelegt. Wie groß ist ihre Durchschnittsgeschwindigkeit während der ganzen Wanderung? (10+6)

8. Der Durchmesser des Grundkreises in einem Rotationskegel ist 10 cm und die Erzeugende (Mantellinie) ist 13 cm. In diesen Rotationskegel soll ein Zylinder so eingeschrieben werden, dass sie beide eine gemeinsame Achse haben, ihre Grundkreise in derselben Ebene liegen und das Zylindervolumen maximal ist! Bestimmen Sie den Radius des Zylinders! (16)

9. In einer Musikschule kann man drei verschiedene Instrumente spielen lernen: Klavier, Gitarre und Saxophon. Letztes Jahr haben sich 18 Schüler angemeldet. Jeder hat ein oder zwei, keiner hat drei Instrumente spielen gelernt. 15 haben Klavier, 8 Gitarre und 7 Saxophon gelernt.

a) Wie viele haben genau zwei Instrumente spielen gelernt?

In dieser Musikschule war kein Schüler, der Gitarre und auch Saxophon spielen gelernt hat. Von denen, die nur ein Instrument gelernt haben, haben doppelt so viele Saxophon gelernt, wie die, die Gitarre gelernt haben.

b) Wie viele haben gleichzeitig Klavier und Gitarre gelernt? Wie viele haben gleichzeitig Klavier und Saxophon gelernt?

c) Unter den Schülern dieser Musikschule wurden zwei Karten für ein Konzert so verlost, dass die Namen zweier Schüler zufällig gezogen wurden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beide Schüler Saxophon spielen oder beide Gitarre spielen lernten? (3+7+6)