2011. május Mittelstufe – I. Teil – 45 Minuten

1. Formen Sie den folgenden Term in ein Produkt um: $a^3 + a$! **(2)**

2. Ende August hat eine Familie für die wichtigsten Schulsachen ihres Kindes, das die neunte Klasse anfängt, insgesamt 9000 Ft ausgegeben. Das Verhältnis der Preise für Lehrbücher, für Hefte und für sonstige Kleinigkeiten beträgt in dieser Reihenfolge 14:5:1. Wie viel hat man für die Lehrbücher bzw. für die Hefte des Kindes ausgegeben? **(2)**

3. Die folgende Tabelle zeigt die Anzahl der T-Shirts, die in einem großen Modegeschäft verkauft wurden, nach Größen geordnet: XS – 60, S – 125, M – 238, L – 322, XL – 198, XXL – 173. **a)** Wie groß ist die relative Häufigkeit der verkauften T-Shirts der Größe M? **b)** Was ist der Modus (Modalwert) dieser Verteilung? **c)** Die Gesamtzahl der verkauften T-Shirts bleibt gleich, aber von jeder Größe wird die gleiche Stückzahl verkauft. Wie groß wäre dann die Zahl der verkauften Tshirts pro Größe? **(1+1+1)**

4. Über den Umkreismittelpunkt *O* eines Dreiecks werden drei Aussagen gemacht: **A)** Der Punkt *O* ist der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten. **B)** Der Punkt *O* ist in jedem Dreieck von den drei Seiten gleich weit entfernt. **C)** Der Punkt *O* ist in jedem Dreieck von den drei Ecken gleich weit entfernt. Schreiben Sie den/die Buchstaben der richtigen Antwort(en) in das Antwortrechteck! **(2)**

5. Lösen Sie das folgende Gleichungssystem, in dem x und y reelle Zahlen sind! $\left.\begin{matrix} x+4y=48 \\ 2x+4y=60 \end{matrix}\right\}$ **(2)**

6. In einer Gruppe mit 6 Leuten schüttelt jeder genau drei anderen die Hand. Wie viele Handschläge gibt es? **(2)**

7. Seien $X = 6\cdot10^{40}$ és $Y = 4\cdot10^{61}$. Schreiben Sie das Produkt $X\cdot Y$ in Normalform auf! **(2)**

8. In der geometrischen Folge (a_n) sind $a_2 = 8$ und $a_3 = 6$. Berechnen Sie das fünfte Glied der Folge! Begründen Sie Ihr Ergebnis! **(2+1)**

9. Erfahrungsgemäß besteht zwischen der Körpergröße (h) und der Länge des Unterarmes (a) eines Mannes in cm gemessen der folgende Zusammenhang: $h = \dfrac{10a+256}{3}$. Wie lang ist nach dieser Formel der Unterarm eines 182 cm großen Mannes? Begründen Sie Ihre Antwort! **(2+1)**

10. Der Wert eines seltenen Buches war vor zwei Jahren laut Katalog 23 000 Ft. Dieser Wert wuchs im ersten Jahr um 20 %. Im zweiten Jahr wuchs er noch einmal um 30 %. Wie hoch war der Wert des Buches am Ende des zweiten Jahres? Um wieviel Prozent wuchs der Wert des Buches in diesen zwei Jahren insgesamt? Begründen Sie Ihre Antwort! **(1+1+1)**

11. Für welche reellen Werte von b gilt: $\sqrt{b^2}=-b$? **(2)**

12. Betrachten Sie die folgenden zwei Mengen: A={die positiven Teiler von 36}; B={solche Teiler von 16, die Quadratzahlen sind}. Zählen Sie die Elemente der folgenden Mengen auf: A; B; $A\cap B$; $A\setminus B$. **(1+1+1+1)**

2011. május Mittelstufe – II. Teil – 135 Minuten. Von den Aufgaben 16-18 müssen Sie zwei beliebige auswählen und ausarbeiten.

13. Lösen Sie die folgenden Ungleichungen in der Menge der reellen Zahlen! **A)** $x^2 - (x-1)^2 = 2$ **B)** $\mathrm{lb}x - \lg(x-1) = 2$ **(6+6)**

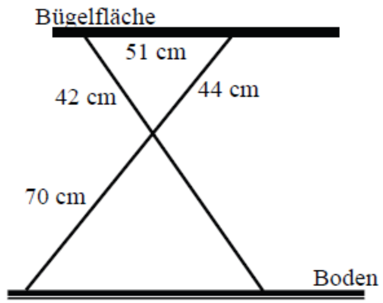
14. Die Handynummer von Zsuzsi besteht aus sieben verschiedenen Ziffern, wobei die erste Ziffer keine Null ist. Ildikó ruft Zsuzsi an und bemerkt dabei, dass sie nur die Tasten von zwei Spalten braucht, um die Nummer zu wählen. Für die ersten Ziffern muss sie nur die Tasten einer Spalte in einer bestimmten Reihenfolge drücken. Für die restlichen Ziffern muss sie nur die Tasten der anderen Spalte in einer bestimmten Reihenfolge drücken. Wie viele solche Telefonnummern gibt es? **(12)**

15. **a)** Untersuchen Sie die folgenden Funktionen nach ihren Extremwerten! Schreiben Sie die Buchstaben der Funktionen in die entsprechenden Spalten der Tabelle! (In diesem Teil der Aufgabe müssen Sie Ihre Antworten nicht begründen.) **(5+3+2+2)**

f: $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \sin x + 2$; g: $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = -|x|$; h: $\mathbf{R}\setminus\{0\} \to \mathbf{R}$, $h(x) = \dfrac{3}{x}$; j: $[0; +\infty[\to \mathbf{R}$, $j(x) = \sqrt{x}$; m: $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $m(x) = 2^x$.

hat nur ein Max: ……… hat nur ein Min: ……… hat sowohl Min und als auch Max: ……… hat keinen Extremwert: ………

b) Der Definitionsbereich (Definitionsmenge) der Funktion k ist das abgeschlossene Intervall [0; 4], und $k(x) = x^2 - 6x + 5$.
b1) Stellen Sie die Funktion in dem gegebenen Koordinatensystem graphisch dar. **b2)** Geben Sie den Wertebereich (die Wertemenge) der Funktion an! (Sie müssen diese Antwort nicht begründen.) **b3)** Geben Sie die Nullstelle der Funktion an!



16. Auf der Abbildung kann man die Maße des Gestells eines Bügelbrettes sehen. Die Bügelfläche ist parallel zum Boden. Eines der Beine des Gestells ist 114 cm lang. **a)** Wie lang ist das andere Bein? **b)** Wie hoch ist die Bügelfläche über dem Boden, wenn das Bügelbrett 3 cm dick ist? **(7+10)**

17. In einer Runde eines Spieles müssen alle Spieler mit einem regulären Spielwürfel dreimal hintereinander würfeln. In einer Runde (nach drei Würfen) gibt es verschiedene Gewinnmöglichkeiten:
1. Wenn alle drei Würfe jeweils eine gerade (Augen-) Zahl zeigen, dann ist der Gewinn 300 Pokerchips;
2. Wenn die erste gewürfelte Zahl 1 ist und bei den beiden anderen Würfen genau eine gerade Zahl vorkommt, dann ist der Gewinn 500 Pokerchips;
3. Wenn der erste Wurf 3 ist und die beiden anderen Würfe jeweils eine ungerade Zahlen zeigen, dann ist der Gewinn 800 Pokerchips;
4. Wenn alle drei gewürfelten Zahlen 5 sind, dann ist der Gewinn 2000 Pokerchips.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt der Spieler in einer Runde: **a1)** 300; **a2)** 500; **a3)** 800; **a4)** 2000 Pokerchips?
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Spieler in einer Runde nichts gewinnt? **(11+6)**

18. In eine Klasse gehen 16 Mädchen und 18 Jungen. Für eine Party am Nachmittag backen die Mädchen für die Jungen Kekse (Plätzchen). Alle Mädchen haben die gleiche Anzahl Kekse gebacken. Sie verteilen alle Kekse an die Jungen und es stellt sich heraus, dass alle Jungen gleich viele Kekse bekommen. Die Gesamtzahl der Kekse war mehr als 400 aber weniger als 500. **a)** Wie viele Kekse wurden gebacken?
Dani hat nur Brigittas rautenförmige Kekse bekommen (die Abbildung zeigt die Maße der Kekse). Er legt die Kekse kreisförmig nebeneinander auf den Teller, sodass immer eine der spitzwinkligen Ecken zum Mittelpunkt des Kreises zeigt. Dabei berühren sich zwei Kekse immer genau an einer Kante, sie liegen aber nicht übereinander (und stehen auch nicht auf einer Kante). **b)** Wie viele Kekse passen so höchstens in einen Kreis?
Andrea benutzte eine kreisringförmige Ausstechform für die Herstellung der Linzerkekse. Der rautenförmige Keks aus b) und der kreisringförmige Linzer haben (von oben betrachtet) den gleichen Flächeninhalt (die grau schattierten Flächen). **c)** Wie viel cm ist der Radius des inneren Kreises des Linzers? **(6+6+5)**